

Решение задачи С4 (ЕГЭ по информатике)

Буркатовская Юлия, ТПУ

Задача

- В физической лаборатории проводится долговременный эксперимент по изучению гравитационного поля Земли. По каналу связи каждую минуту в лабораторию передаётся положительное целое число – текущее показание прибора «Сигма 2015». Количество передаваемых чисел в серии известно и не превышает 10 000. Все числа не превышают 1000. Временем, в течение которого происходит передача, можно пренебречь.
- Необходимо вычислить «бета-значение» серии показаний прибора – минимальное **чётное** произведение двух показаний, между моментами передачи которых прошло не менее 7 минут. Если получить такое произведение не удаётся, ответ считается равным -1 .

Задача

- Вам предлагается два задания, связанных с этой задачей: задание А и задание Б. Вы можете решать оба задания или одно из них по своему выбору.
- Итоговая оценка выставляется как **максимальная** из оценок за задания А и Б. Если решение одного из заданий не представлено, то считается, что оценка за это задание – 0 баллов.
- Задание Б является усложнённым вариантом задания А, оно содержит дополнительные требования к программе

Задание А

- А. Напишите на любом языке программирования программу для решения поставленной задачи, в которой входные данные будут запоминаться в массиве, после чего будут проверены все возможные пары элементов. Перед программой укажите версию языка программирования.
- **ОБЯЗАТЕЛЬНО** укажите, что программа является решением **ЗАДАНИЯ А**.
- Максимальная оценка за выполнение задания А – 2 балла.

Задание Б

- Б. Напишите программу для решения поставленной задачи, которая будет эффективна как по времени, так и по памяти (или хотя бы по одной из этих характеристик).
- Программа считается **эффективной по времени**, если время работы программы пропорционально количеству полученных показаний прибора N , т.е. при увеличении N в k раз время работы программы должно увеличиваться не более чем в k раз.
- Программа считается **эффективной по памяти**, если размер памяти, использованной в программе для хранения данных, не зависит от числа N и не превышает 1 килобайта.
- Перед программой укажите версию языка программирования и кратко опишите использованный алгоритм.
- **ОБЯЗАТЕЛЬНО** укажите, что программа является решением ЗАДАНИЯ Б.
- Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени и по памяти, – 4 балла.
- Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени, но неэффективную по памяти, – 3 балла.

Указания по оцениванию

- 1. В задаче есть два задания (А и Б). Соответственно, ученик может представить две программы. В каждой из программ должно быть указано, решением какого из заданий она является. Если в работе представлена одна программа, то в ней также должно быть указано, решением какого из заданий она является.

Указания по оцениванию

- 2. Если ученик не указал, к какому заданию относится программа, или можно предположить, что ученик ошибся в идентификации программ, необходимо следовать приведённым ниже инструкциям.
- Случай 2.1. Ученик представил только одну программу. Следует рассматривать программу как решение задания Б и оценивать её по соответствующим критериям.
- Случай 2.2. Ученик представил две программы, но указание задания есть только для одной из программ. Следует рассматривать вторую программу как ответ на оставшееся задание.
- Случай 2.3. Ученик представил две программы; ни для одной из них задание не указано, или в обоих решениях указано одно и то же задание. Следует первую (по порядку в представленных учеником материалах) программу рассматривать как ответ на задание А, а вторую – как ответ на задание Б.
- Случай 2.4. Ученик представил более двух программ. Следует рассматривать только две последние программы и соотносить их с заданиями по правилам 2.1–2.3.
- Случай 2.5. Решение, представленное в качестве решения задания А, по критериям для задания Б может быть оценено в 3 или 4 балла. При этом решение, представленное в качестве решения задания Б, получило меньшую оценку. Следует считать, что ученик перепутал обозначения заданий и оценивать решение, представленное как решение задания А, по критериям задания Б.

Критерии оценивания задания А

Критерии	Балл
Программа решает поставленную задачу для любых соответствующих условию входных данных. Допускается до семи синтаксических и приравненных к ним ошибок (см. критерии оценивания задания Б на 4 балла). Допускается до двух содержательных ошибок, описанных в критериях оценивания задания Б на 3 балла	2
Не выполнены условия, позволяющие поставить 2 балла. Из описания алгоритма или общей структуры программы видно, что экзаменуемый в целом правильно представляет путь решения задачи независимо от эффективности. При этом программа может быть представлена отдельными фрагментами, без ограничений на количество синтаксических и содержательных ошибок. 1 балл ставится также за решения, верные лишь в частных случаях	1
Не выполнены критерии, позволяющие поставить 1 или 2 балла	0

Критерии оценивания задания Б

Критерии	Балл
<p>Программа правильно работает для любых соответствующих условию входных данных и при этом эффективна как по времени, так и по памяти, т.е. не используются массивы и другие структуры данных, размер которых зависит от количества входных элементов, а время работы пропорционально этому количеству. Возможно использование массивов и динамических структур данных (например, контейнеры STL в программе на языке C++) при условии, что в них в каждый момент времени хранится фиксированное количество элементов, требующих для хранения меньше 1кб.</p> <p>Программа может содержать не более трёх синтаксических ошибок следующих видов:</p> <ul style="list-style-type: none">• пропущен или неверно указан знак пунктуации (запятая, точка с запятой, скобки и т.д.);• неверно написано или пропущено служебное слово языка программирования;• не описана или неверно описана переменная;• применяется операция, недопустимая для соответствующего типа данных. <p>К синтаксическим ошибкам приравнивается использование неверного типа данных (например, использование целого типа вместо вещественного для представления данных при вводе и обработке).</p> <p>Если одна и та же ошибка встречается несколько раз, она считается за одну ошибку</p>	4

Критерии оценивания задания Б

Критерии	Балл
<p>Не выполнены условия, позволяющие поставить 4 балла.</p> <p>Программа правильно работает для любых соответствующих условию входных данных, время работы пропорционально количеству входных элементов. Размер используемой памяти не имеет значения и может зависеть от объёма входных данных. В частности, допускается использование одного или нескольких массивов размера N. Программа может содержать не более пяти синтаксических и приравненных к ним ошибок, описанных в критериях на 4 балла. Кроме того, допускается наличие не более одной содержательной ошибки из числа следующих:</p> <ul style="list-style-type: none">• неверная инициализация при поиске минимального значения;• неверная обработка начальных элементов данных, которая может, например, привести к получению ошибочного ответа при $7 < N < 14$;• неточное определение границ массива, выход за границу массива (например, описан массив с границами от 1 до 7, а реально используется от 0 до 6 или наоборот);• вычисленный индекс элемента массива на 1 отличается от верного;• используется операция "$<$" вместо "\leq", "or" вместо "and" и т.п.;• не учитывается, что заданные показания могут начинаться с одного или нескольких чётных чисел;• не учитывается, что для данного набора показаний может не быть ни одного удовлетворяющего условиям произведения	3

Критерии оценивания задания Б

Критерии	Балл
<p>Не выполнены условия, позволяющие поставить 3 или 4 балла.</p> <p>Программа работает в целом верно, эффективно или нет. Например, допускается переборное решение.</p> <p>Допускается до семи синтаксических и приравненных к ним ошибок (см. критерии на 4 балла).</p> <p>Допускается до двух содержательных ошибок, описанных в критериях на 3 балла</p>	2
<p>Не выполнены условия, позволяющие поставить 2, 3 или 4 балла.</p> <p>Из описания алгоритма или общей структуры программы видно, что экзаменуемый в целом правильно представляет путь решения задачи независимо от эффективности. При этом программа может быть представлена отдельными фрагментами, без ограничений на количество синтаксических и содержательных ошибок. 1 балл ставится также за решения, верные лишь в частных случаях</p>	1
<p>Не выполнены критерии, позволяющие поставить 1, 2, 3 или 4 балла</p>	0

Типы заданий

- Поиск пары различных значений по заданным условиям
- Поиск пары значений с ограничениями по расстоянию
- Выбор подмножества чисел с условиями
- Подсчет количества пар чисел с условиями
- Подсчет количества различных чисел

Поиск пары различных значений по заданным условиям

Задача 1

- Последовательность натуральных чисел характеризуется числом X — наибольшим числом, кратным 14 и являющимся произведением двух элементов последовательности с различными номерами. Найти число X . Если такого числа нет, вывести -1 (*этого не было в оригинальном условии*).
- На вход программе в первой строке подаётся количество чисел N . В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 1000.

- Пример входных данных:

```
5
40
1000
7
28
55
```

- Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:
28000

Решение задачи 1А

Идея

- Перебор всех пар, поиск максимума с условиями.
- Каждый элемент образует пару со всеми элементами, большими по номеру.
- Условие – при поиске максимума рассмотреть только пары, произведение элементов в которых делится на 14.

Основные ошибки

- Выход за границу массива
- Неверная инициализация максимума (минимума)
- Неверно перебираются пары

Решение задачи 1А

```
int main()
{
    longint max,x,j,i,n,a[10];
    cin >> n;
    for(i=0;i<n;i++)
        cin >> a[i];
    max=-1;
    for(i=0;i<n-1;i++)
        for(j=i+1;j<n;j++)
        {
            x=a[i]*a[j];
            if((x%14==0) && (max<x))
                max=x;
        }
    cout << max;
    return 0;
}
```

Решение задачи 1Б

Математика

Произведение ab кратно 14 в двух случаях:

- a кратно 14, b – любое (+ симметричный случай);
- a кратно 2, b кратно 7, оба числа не кратны 14 (+ симметричный случай);

Важно: случаи не должны пересекаться.

Максимальное произведение дают максимальные множители.

Решение задачи 1Б

Переменные

- Max_{14} – максимальное число, кратное 14;
- Max_7 – максимальное число, кратное 7, но не кратное 14;
- Max_2 – максимальное число, кратное 2, но не кратное 14;
- Max – максимальное число без условий, исключая Max_{14} .

Важно! Возможен случай, когда $\text{Max}_{14} = \text{Max}$, если среди данных есть два одинаковых числа, которые кратны 14 и максимальны в данной последовательности.

$$X = \max(\text{Max}_{14} * \text{Max}, \text{Max}_7 * \text{Max}_2)$$

Решение задачи 1Б

Число	max14	max7	max2	max
нет	-1	-1	-1	-1
14	14	-1	-1	-1
28	28	-1	-1	14
21	28	21	-1	21
6	28	21	6	21
28	28	21	6	28
13	28	21	6	28
140	140	21	6	28
49	140	49	6	49
18	140	49	18	49

- $\text{Max}14 * \text{Max} = 140 * 49 = 6860$
- $\text{Max}7 * \text{Max}2 = 49 * 18 = 882$

- $X = 6860$

Решение задачи 1Б

```
int main()
{
    longint Max14, Max7, Max2, Max, x, y, i, n;
    cin >> n;
    Max14=-1; Max7=-1;Max2=-1;Max=-1;
    for(i=0;i<n;i++)
    {
        cin >> y;
        if (y%14==0)
        {
            if(Max14<y)
            {
                if(Max<Max14) Max=Max14;
                Max14=y;
            }
            else
                if (Max<y) Max=y;
        }
        else
        {
            if ((y%2==0) && (Max2<y)) Max2=y;
            if ((y%7==0) && (Max7<y)) Max7=y;
            if (Max<y) Max=y;
        }
    }
    x=Max14*Max;
    if (x<Max7*Max2) x=Max7*Max2;
    if (x<14) x=-1;
    cout << x;
    return 0;
}
```

Решение задачи 1Б

```
var M7,M2,M14,MAX,dat,res,i,N: longint;
begin
  M7 := 0;
  M2 := 0;
  M14 := 0;
  MAX := 0;
  readln(N);
  for i := 1 to N do
  begin
    readln(dat);
    if ((dat mod 7) = 0) and ((dat mod 2) > 0) and (dat > M7) then
      M7 := dat;
    if ((dat mod 2) = 0) and ((dat mod 7) > 0) and (dat > M2) then
      M2 := dat;
    if (dat mod 14 = 0) and (dat > M14) then
      begin
        if M14 > MAX then MAX := M14;
        M14 := dat
      end
    else
      if dat > MAX then
        MAX := dat;
      end;
    if (M7*M2 < M14*MAX) then
      res := M14*MAX
    else
      res := M7*M2;
    writeln(res);
  end.
```

<https://inf-ege.sdangia.ru/test?theme=292>

Поиск пары различных значений по заданным условиям

Задача 2

- По каналу связи передаются данные в виде последовательности положительных целых чисел. Количество чисел заранее неизвестно, но не менее двух, признаком конца данных считается число 0. После данных передаётся контрольное значение. Оно равно такому максимально возможному произведению двух чисел из переданного набора, которое делится на 7, но не делится на 49. Если такое произведение получить нельзя, контрольное значение считается равным 1.
- Напишите эффективную, в том числе по памяти, программу, которая будет моделировать процесс приёма данных. Программа должна ввести все числа и контрольное значение и напечатать краткий отчёт, включающий количество принятых чисел, принятое контрольное значение, вычисленное контрольное значение и вывод о совпадении значений. Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения задачи и укажите используемый язык программирования и его версию.

Поиск пары различных значений по заданным условиям

Задача 2

- Пример входных данных:

6
7
8
9
0
64

- Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

Введено чисел: 4

Контрольное значение: 64

Вычисленное значение: 63

Значения не совпали

Решение задачи 2Б

Математика

Произведение ab кратно 7 и не кратно 49:

- a кратно 7, но не кратно 49; b не кратно 7(+ симметричный случай).

Максимальное произведение дают максимальные множители.

Переменные

- $\text{Мах}7$ – максимальное число, кратное 7, но не кратное 49;
- Мах – максимальное число, не кратное 7.

$$X = \text{Мах}7 * \text{Мах}$$

Решение задачи 2Б

```
int main()
{
    int Max7, Max,x,y,i;
    Max7=-1;Max=-1;
    cin >> y;
    for(i=0;y>0;i++)
    {
        if (y%7==0)
        {
            if((y%49>0)&&(Max7<y)) Max7=y;
        }
        else
        {
            if (Max<y) Max=y;
        }
        cin >> y;
    }
    x=Max7*Max;
    if (x<7) x=1;
    cin >> y;
    cout << "Введено " << i << " чисел" << endl;
    cout << "Контрольное значение " << y << endl;
    cout << "Вычисленное значение " << x << endl;
    if (x==y) cout << "Значения совпали" << endl;
    else cout << "Значения не совпали" << endl;
    return 0;
}
```


Решение задачи 2Б

```
program c4;
var
k: integer; {введенное число}
n: integer; {количество чисел} pin: integer;{введенное контрольное значение}
m: integer; {максимум среди чисел, не кратных 7}
m7: integer; {максимум среди чисел, кратных 7 и не кратных 49}
p: integer; {вычисленное контрольное значение}

begin
    m:=0; m7:=0;
    n: =0 ;
    while true do begin
        readln(k);
        if k=0 then break ,
        n:=n+1;
        if (k mod 7 <> 0) and (k>m) then m:=k;
        if (k mod 7 = 0) and (k mod 49 <> 0) and (k>m7)
            then m7:= k ;
    end;
    readln(pin);
    p:=m*m7;
    if p=0 then p:=1;
    writeln('Введено чисел: ',n);
    writeln('Контрольное значение ',pin);
    writeln('Вычисленное значение ' ,P) ?
    write ( 'Значения ');
    if p<>pin then write ('не ');
    writeln('совпали') ;

end.
```

Поиск пары значений с ограничениями по расстоянию

Задача 3

- Для заданной последовательности неотрицательных целых чисел необходимо найти минимальную сумму двух её элементов, номера которых различаются не менее чем на 4. Значение каждого элемента последовательности не превышает 1000. Количество элементов последовательности не превышает 10000. Программа должна вывести одно число — описанную в условии сумму.

- Пример входных данных:

7
10
45
55
245
35
25
10

- Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

20

Решение задачи 3А

Идея

- Перебор всех пар, поиск минимума с условиями.
- Каждый элемент образует пару со всеми элементами, большими по номеру как минимум на 4, это учитывается сразу в цикле.

Основные ошибки

- Выход за границу массива
- Неверная инициализация максимума (минимума)
- Неверно перебираются пары

Решение задачи 3А

```
int main()
{
    longint min,x,i,j,n,a[10];
    cin >> n;
    for(i=0;i<n;i++)
        cin >> a[i];
    min=1000000;
    for(i=0;i<n-4;i++)
        for(j=i+4;j<n;j++)
        {
            x=a[i]+a[j];
            if(min>x)
                min=x;
        }
    cout << min;
    return 0;
}
```

Решение задачи 3А

Плохие идеи

- Ищут минимальный элемент массива, затем минимальный из находящихся на расстоянии не меньше 4 от минимального.

Контрпример:

0	1	2	3	4	5	6	7
2	2	2	1	2	2	2	100

- Ищут два минимальных элемента, расстояние вообще не учитывают.

Решение задачи ЗБ

Математика

- Для каждого элемента есть допустимое множество элементов, с которыми он может образовать пару.
- Минимальная сумма состоит из минимальных слагаемых.
- Поскольку надо найти минимальную сумму, каждый элемент складывается с минимальным элементом допустимого множества (не со всеми элементами).
- Допустимое множество для элемента с номером j ($j \geq 4$) – элементы с номерами $0, \dots, j - 4$; они к моменту поступления элемента с номером j уже просмотрены.

Решение задачи 3Б

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

10

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

3

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

2

Решение задачи ЗБ

Переменные

- $\text{Min}[4]$ – массив для хранения нескольких минимальных элементов (массив можно, если его длина не зависит от длины последовательности)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3
10	10	3	3

Решение задачи 3Б

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3
10	10	3	3

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3
10	10	3	3

Решение задачи 3Б

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3
3	10	3	3

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3
3	2	3	3

Решение задачи 3Б

Первоначальное заполнение массива минимумов

- Считано число x
- $\text{Min}[0]=x$
- $i=1, 2, 3: \text{Min}[i]=\min(x, \text{Min}[i-1])$

```
cin >> Min[0];
for(i=1;i<4;i++)
{
    cin >> x;
    if (x < Min[i-1]) Min[i]=x;
    else Min[i]=Min[i-1];
}
```

Решение задачи 3Б

Дальнейший пересчет массива минимумов

С использованием деления по модулю 4

- Считано число x (пусть i – его номер в последовательности)
- $\text{Min}[i\%4] = \min(x, \text{Min}[(i-1)\%4])$
- $i=4$: $\text{Min}[0] = \min(x, \text{Min}[3])$
- $i=5$: $\text{Min}[1] = \min(x, \text{Min}[0])$
- $i=6$: $\text{Min}[2] = \min(x, \text{Min}[1])$
- ...

В этом случае предварительно вычисляется $x + \text{Min}[i\%4]$ – для поиска минимальной суммы, которая требуется в задаче.

Решение задачи 3Б

```
MinSum=2001;
for(i=4;i<n;i++)
{
    cin >> x;
    if (MinSum > x + Min[i%4])
        MinSum = x + Min[i%4];
    if (Min[(i-1)%4] < x)
        Min[i%4] = Min[(i-1)%4];
    else
        Min[i%4] = x;
}
```

Решение задачи 3Б

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int MinSum, Min[4], i, x, n;
    cin >> n;
    cin >> Min[0];
    for(i=1; i<4; i++)
    {
        cin >> x;
        if (x < Min[i-1]) Min[i]=x;
        else Min[i]=Min[i-1];
    }
    MinSum=2001;
    for(i=4; i<n; i++)
    {
        cin >> x;
        if (MinSum > x + Min[i%4]) MinSum = x + Min[i%4];
        if (Min[(i-1)%4] < x) Min[i%4] = Min[(i-1)%4];
        else Min[i%4] = x;
    }
    cout << MinSum;
    return 0;
}
```

Решение задачи 3Б

```
program N_27;
const d = 4;
var N: integer;
a: array[0..d-1] of integer; {буфер} {k-е введенное число записываем в ячейку a[k mod d]}
x: integer;
mx: integer; {МИНИМАЛЬНОЕ введенное число} {(не считая 4 последних)}
m: integer; { МИНИМАЛЬНОЕ значение суммы}
i: integer;
begin
  readln(N); {Ввод первых d чисел}
  for i:=1 to d do begin
    readln(x);
    a[i mod d] := x
  end; { Ввод остальных элементов, поиск минимальной суммы}
  mx := 1000001; m := 2001;
  for i := d + 1 to N do begin
    readln(x);
    if a[i mod d] < mx then mx := a[i mod d];
    if x + mx < m then m := x + mx;
    a[i mod d] := x
  end;
  writeln(m)
end.
```

<https://inf-ege.sdangia.ru/test?theme=292>

Решение задачи ЗБ

Дальнейший пересчет массива минимумов

С использованием сдвигов (можно, т.к. массив длины 4, количество операций не зависит от n)

- Считано число x (пусть i – его номер в последовательности)
- $\text{Min}[0] = \text{Min}[1]$
- $\text{Min}[1] = \text{Min}[2]$
- $\text{Min}[2] = \text{Min}[3]$
- $\text{Min}[3] = \min(x, \text{Min}[2])$

В этом случае предварительно вычисляется $x * \text{Min}[0]$ – для поиска минимальной суммы, которая требуется в задаче.

Решение задачи 3Б

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3
10	10	3	3

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3
10	3	3	3

Решение задачи 3Б

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3
3	3	3	2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	12	3	13	44	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3
3	3	2	2

Решение задачи 3Б

```
MinSum=2001;
for(i=4;i<n;i++)
{
    cin >> x;
    if (MinSum > x + Min[0])
        MinSum = x + Min[0];
    for(j=0;j<3;j++)
        Min[j]=Min[j+1];
    if (Min[3] > x)
        Min[3] = x;
}
```

Решение задачи 3Б

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int MinSum, Min[4], i, x, n;
    cin >> n;
    cin >> Min[0];
    for(i=1; i<4; i++)
    {
        cin >> x;
        if (x < Min[i-1]) Min[i]=x;
        else Min[i]=Min[i-1];
    }
    MinSum=2001;
    for(i=4; i<n; i++)
    {
        cin >> x;
        if (MinSum > x + Min[0]) MinSum = x + Min[0];
        for(j=0; j<3; j++) Min[j]=Min[j+1];
        if (Min[3] > x) Min[3] = x;
    }
    cout << MinSum;
    return 0;
}
```

Поиск пары значений с ограничениями по расстоянию

- ЗАДАЧА 4
- В физической лаборатории проводится долговременный эксперимент по изучению гравитационного поля Земли. По каналу связи каждую минуту в лабораторию передаётся положительное целое число – текущее показание прибора «Сигма 2015». Количество передаваемых чисел в серии известно и не превышает 10 000. Все числа не превышают 1000. Временем, в течение которого происходит передача, можно пренебречь.
- Необходимо вычислить «бета-значение» серии показаний прибора – минимальное чётное произведение двух показаний, между моментами передачи которых прошло не менее 6 минут. Если получить такое произведение не удастся, ответ считается равным -1 .

Поиск пары значений с ограничениями по расстоянию

- **Пример входных данных:**

11
12
45
5
3
17
23
21
20
19
18
17

- **Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:**

54

Решение задачи 4A

- Дополнительно проверить четность произведения.
- Правильная инициализация минимума – большим **нечетным** числом.

Решение задачи 4А

```
int main()
{
    longint min,x,i,j,n,a[10];
    cin >> n;
    for(i=0;i<n;i++)
        cin >> a[i];
    min=1000001;
    for(i=0;i<n-4;i++)
        for(j=i+4;j<n;j++)
        {
            x=a[i]*a[j];
            if((x%2==0) && (min>x))
                min=x;
        }
    if (min == 1000001)
        min = -1;
    cout << min;
    return 0;
}
```


Решение задачи 4Б

Математика

- Для четности произведения необходим один четный множитель.
- Минимальное произведение состоит из минимальных множителей.
- Поскольку надо найти минимальное произведение, каждый элемент умножается на минимальный элемент допустимого множества (не на все по очереди).
- Допустимое множество для четного элемента с номером j ($j \geq 4$) – все элементы с номерами $0, \dots, j - 4$; они к моменту поступления элемента с номером j уже просмотрены. Таких элементов может не быть!
- Допустимое множество для нечетного элемента с номером j ($j \geq 4$) – четные элементы с номерами $0, \dots, j - 4$; они к моменту поступления элемента с номером j уже просмотрены. Таких элементов может не быть!

-

Решение задачи 4Б

Переменные

- `MinEven[6]` - массив минимумов среди четных чисел и среди всех.
- `Min[6]` - массив минимумов среди всех чисел.

- Пришедшие четные числа умножаем на минимум по всем наблюдениям.
- Пришедшие нечетные числа умножаем на минимум по четным наблюдениям.

Решение задачи 4Б

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17	19	10	13	5	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3	4	5
1001	1001	10	10	10	2

0	1	2	3	4	5
17	17	10	10	5	2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17	19	10	13	5	2	11	28	4	32	16	5	14	20	13	17

0	1	2	3	4	5
1001	1001	10	10	10	2

0	1	2	3	4	5
17	17	10	10	5	2

Решение задачи 4Б

Первоначальное заполнение массива минимумов

- Считано число x
- $\text{Min}[0]=x$
- $i=1, \dots, 5$: $\text{Min}[i]=\min(x, \text{Min}[i-1])$

- $\text{MinEven}[0]=x$, если x – четное
- $\text{MinEven}[0]=1001$ (большое нечетное), если x – нечетное
- $i=1, \dots, 5$:
 - $\text{MinEven}[i]=\min(x, \text{MinEven}[i-1])$, если x – четное
 - $\text{MinEven}[i]=\text{MinEven}[i-1]$, если x – нечетное

Решение задачи 4Б

```
cin >> Min[0];
if (Min[0]%2==0)
    MinEven[0] = Min[0];
else
    MinEven[0] = 1001;
for(i=1;i<d;i++)
{
    cin >> x;
    if (x < Min[i-1])
        Min[i] = x;
    else
        Min[i]=Min[i-1];
    if ((x%2 == 0)&&(x < MinEven[i-1]))
        MinEven[i] = x;
    else
        MinEven[i] = MinEven[i-1];
}
```

Решение задачи 4Б

Дальнейший пересчет массива минимумов

С использованием деления по модулю 6

- Считано число x (пусть i – его номер в последовательности)
- $\text{Min}[i\%6] = \min(x, \text{Min}[(i-1)\%6])$
- $\text{MinEven}[i\%6] = \min(x, \text{MinEven}[(i-1)\%6])$, если x – четное
- $\text{MinEven}[i\%6] = \text{MinEven}[(i-1)\%6]$, если x – нечетное

В этом случае предварительно вычисляется $x * \text{Min}[i\%6]$ или $x * \text{MinEven}[i\%6]$ – для поиска минимального произведения, которое требуется в задаче.

Решение задачи 4Б

```
for(i = d; i < n; i++)
{
    cin >> x;
    if (x%2 == 0)
    {
        if(MinProd > x * Min[i%d])    MinProd = x * Min[i%d];
        if(x < Min[(i-1)%d]) Min[i%d ]= x;
        else Min[i%d] = Min[(i-1)%d];
        if(x < MinEven[(i-1)%d]) MinEven[i%d] = x;
        else MinEven[i%d] = MinEven[(i-1)%d];
    }
    else
    {
        if(MinProd > x * MinEven[i%d])    MinProd = x * MinEven[i%d];
        if(x < Min[(i-1)%d]) Min[i%d] = x;
        else Min[i%d] = Min[(i-1)%d];
        MinEven[i%d] = MinEven[(i-1)%d];
    }
}
```

Выбор подмножества чисел с условиями

- ЗАДАЧА 5

- На вход даны пары чисел. Нужно выбрать из каждой пары по одному числу так, чтобы сумма всех выбранных чисел не была кратна 6 и при этом была минимально возможной. Напишите программу, выводящую такую сумму на экран. Если же ее невозможно получить, выведите 0.

Решение задачи 5Б

```
const aMax = 10000; {наибольшее возможное число в исходных данных}
var
  N, i: longint;      {количество пар, счётчик}
  a, b, s: longint;  {пара чисел и их сумма}
  max, min: longint; {максимум и минимум в паре}
  D_min: longint;    {минимальная разница max-min не кратная 6}
begin
  s := 0;
  D_min := aMax + 1;
  readln(N);

  for i := 1 to N do
    begin
      readln(a, b);
      if a>b then begin max:=a; min:=b end
        else begin max:=b; min:=a end;
      s := s + max;
      if ((max - min) mod 6 > 0) and (max - min < D_min)
        then D_min := max - min;
    end;

  if s mod 6 = 0
    then if D_min > aMax
      then s := 0
      else s := s - D_min;
  writeln(s)
end.
```

Решение задачи 5Б

Математика

- Минимальная сумма состоит из минимальных слагаемых
- Из каждой пары выбираем минимальное число
- Если итоговая сумма делится на 6, в одной из пар надо было выбрать не минимальное (\min), а максимальное (\max), т.е. к сумме добавится $\max - \min$
- Величина $\max - \min$ должна быть минимально возможной из не кратных шести, ее можно найти в ходе чтения данных
- Решение не всегда есть

Выбор подмножества чисел с условиями

- ЗАДАЧА 6

- На ускорителе для большого числа частиц производятся замеры скорости каждой из них. Скорость частицы — это целое число (положительное, отрицательное или 0). Частиц, скорость которых измерена, может быть очень много, но не может быть меньше трёх. Скорости всех частиц различны. При обработке результатов в каждой серии эксперимента отбирается основное множество скоростей. Это такое непустое множество скоростей частиц (в него могут войти как скорость одной частицы, так и скорости всех частиц серии), для которого произведение скоростей является максимальным среди всех возможных множеств. При нахождении произведения знак числа учитывается. Если есть несколько таких множеств, то основным считается то, которое содержит наибольшее количество элементов.
- Вам предлагается написать программу, которая будет обрабатывать результаты эксперимента, находя основное множество.
- На вход программе в первой строке подаётся количество частиц N . В каждой из последующих N строк записано одно целое число, по абсолютной величине не превышающее 10^9 .

Подсчет количества пар чисел с условиями

- ЗАДАЧА 7
- Дан набор из N целых положительных чисел. Из этих чисел формируются все возможные пары (парой считаются два элемента, которые находятся на разных местах в наборе, порядок чисел в паре не учитывается), в каждой паре вычисляется сумма элементов. Необходимо определить количество пар, для которых полученная сумма делится на 9.
- В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($1 \leq N \leq 1000$). В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 10 000.

Подсчет количества пар чисел с условиями

- ЗАДАЧА 8
- На вход подается целое положительное число N , не превышающее 10000, и последовательность из N целых положительных чисел, не превышающих 1000. Программа должна вывести число пар чисел, произведение чисел в которых кратно 10. При этом числа, произведение которых мы проверяем на кратность, не обязаны стоять рядом: пара может состояться и из чисел, взятых с разных концов последовательности.

Решение задачи 8Б

```
var
  N: integer;           {количество чисел}
  a: integer;          {очередное число}
  n10, n5, n2: integer;
  k10, k22: integer;   {количество требуемых пар}
  i: integer;
begin
  readln(N);
  n10:=0; n5:=0; n2:=0;
  for i:=1 to N do
  begin
    readln(a);
    if a mod 10 = 0
      then n10 := n10 + 1
    else if a mod 5 = 0
      then n5 := n5 + 1
    else if a mod 2 = 0
      then n2 := n2 + 1;
  end;
  k10 := n10*(n10-1) div 2 + n10*(N-n10) + n2a*n5;
  writeln(k10);
end.
```

Подсчет количества различных чисел

- ЗАДАЧА 9
- Дед Мороз и Снегурочка приходят на детские утренники с мешком конфет. Дед Мороз делит конфеты поровну между всеми присутствующими детьми (детей на утреннике никогда не бывает больше 100), а оставшиеся конфеты отдает Снегурочке. Снегурочка каждый раз записывает в блокнот количество полученных конфет. Если конфеты разделились между всеми детьми без остатка, Снегурочка ничего не получает и ничего не записывает. Когда утренники закончились, Деду Морозу стало интересно, какое число чаще всего записывала Снегурочка. Дед Мороз и Снегурочка — волшебные, поэтому число утренников N , на которых они побывали, может быть очень большим. Напишите программу, которая будет решать эту задачу.
- В первой строке вводится одно целое положительное число — количество утренников N . Каждая из следующих N строк содержит два целых числа: сначала D — количество пришедших на очередной утренник детей, а затем K — количество конфет в мешке Деда Мороза на этом утреннике.

Подсчет количества различных чисел

- ЗАДАЧА 10
- На вход программе подаются строчные английские буквы. Ввод этих символов заканчивается точкой (другие символы, отличные от «.» и букв «a»...«z», во входных данных отсутствуют; в программе на языке Бейсик символы можно вводить по одному в строке, пока не будет введена точка). Требуется написать как можно более эффективную программу, которая будет печатать буквы, встречающиеся во входной последовательности, в порядке увеличения частоты их встречаемости. Каждая буква должна быть распечатана один раз. Точка при этом не учитывается.
- Если какие-то буквы встречаются одинаковое число раз, то они выводятся в алфавитном порядке. Например, пусть на вход подаются следующие символы:
 - baobaba.
 - В данном случае программа должна вывести
 - oab